

Exame Nacional de Matemática

Ano 2006 – 2.º Chamada

Proposta de Resolução da Prova

1.

1.1. O comprimento do rectângulo maior (que representa a bandeira) é de 7,3 cm e a sua largura é de 4,9 cm. A sua área é $A_T = 7,3 \text{ cm} \times 4,9 \text{ cm} = 35,77 \text{ cm}^2$.

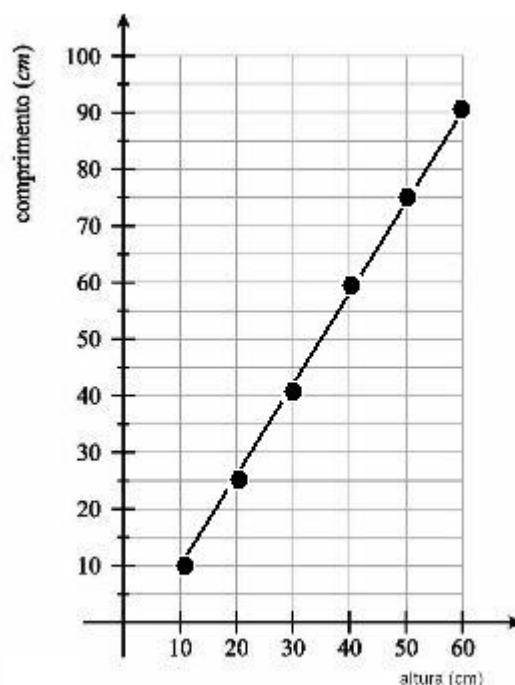
O rectângulo que representa a cor verde da bandeira tem de comprimento 4,9 cm e de largura 2,9 cm, sendo a sua área $A_V = 4,9 \text{ cm} \times 2,9 \text{ cm} = 14,21 \text{ cm}^2$.

A razão entre as duas áreas é $\frac{14,21}{35,77} = 0,3972... \cong 0,4$ (que corresponde ao valor representado pela fracção $\frac{2}{5}$).

Conclusão: A área da parte verde corresponde a $\frac{2}{5}$ da área total da bandeira.

1.2.

1.2.1. A expressão que relaciona o comprimento (c) da bandeira com a respectiva altura (a) é: $c = 1,5a$. Desta forma, para $a=10$, vem $c=1,5 \times 10=15$; para $a=20$, vem $c=1,5 \times 20=30$; para $a=30$, vem $c=1,5 \times 30=45$, para $a=40$, vem $c=1,5 \times 40=60$; para $a=50$, vem $c=1,5 \times 50=75$; para $a=60$, vem $c=1,5 \times 60=90$. O gráfico pedido é o abaixo representado.



1.2.2. O perímetro é a soma dos comprimentos de todos os lados. Como o comprimento é igual a $1,5a$ podemos escrever uma expressão para determinar o perímetro da bandeira, desta forma:

$$P = a + a + 1,5a + 1,5a = 5a.$$

2.

2.1. Ordenando os valores observados (idades dos primos do Roberto) por ordem crescente ou decrescente, a mediana corresponde ao valor central, uma vez que o número de dados é ímpar.

2.2. Como existem 9 casos favoráveis e a $P(\text{ser rapaz})=1/3$, o produto $9 \times 1/3 = 3$ corresponde ao número de rapazes.

A diferença $9 - 3 = 6$ corresponde ao número de raparigas, como é pedido.

3.

$$3(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0.$$

4.

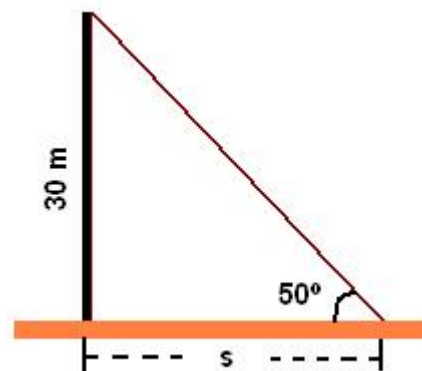
4.1. A altura do Sol foi superior a 60° entre as 10:38 h e as 14:38 h. Logo, durante **4 horas**.

4.2. A figura abaixo é um esboço que ilustra a situação pedida, sendo s o comprimento da sombra do monumento da praça dos Restauradores. Do gráfico dado conclui-se que o Sol, às 15:38 horas, forma um ângulo de 50° com o plano do horizonte, indicado no esboço.

Como $\text{tg } 50^\circ = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}}$, temos $\text{tg } 50^\circ = \frac{30}{s}$

Como $\text{tg } 50^\circ = 1,1918$ (ver tabela das razões trigonométricas anexa à prova), podemos escrever:

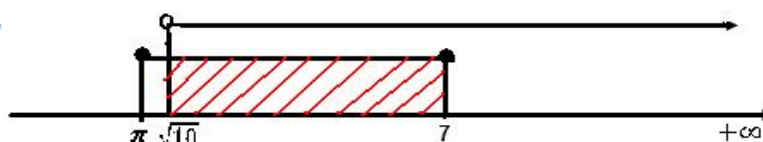
$$1,1918 = \frac{30}{s} \Leftrightarrow 1,1918s = 30 \Leftrightarrow s = \frac{30}{1,1918} \Leftrightarrow s = 25,172008 \text{ m.}$$



Dado que é pedido um arredondamento às unidades, o valor correspondente ao comprimento da sombra do monumento é **25 metros**.

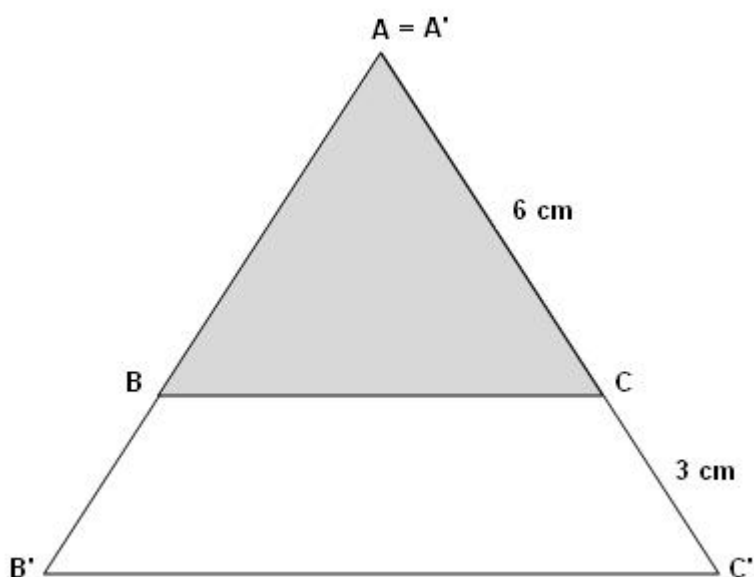
5.

Graficamente, temos:



que corresponde ao intervalo de números reais $A =]\sqrt{10}, 7]$.

6. $6 \text{ cm} \times 1,5 = 9 \text{ cm}$



Considerando a homotetia de centro no vértice A, do triângulo [ABC] e razão igual a 1,5 obtemos o triângulo [A'B'C'] que é uma ampliação do triângulo [ABC] de razão 1,5.

7.

7.1. Tendo em atenção o significado da expressão, o valor 2100 representa o preço do computador novo.

7.2. Na expressão $v = -300t + 2100$, o termo $-300t$ representa a desvalorização do computador ao fim de t anos. Como $t=2$, temos $-300 \times 2 = -600$, o que significa que houve uma desvalorização de € 600.

Abordando de outra forma:

Valor do computador ao fim de 2 anos ($t = 2$): $v = -300 \times 2 + 2100 = -600 + 2100 = 1500 \text{ €}$.

Desvalorização: $2100 - 1500 = 600 \text{ €}$.

8. Como $3 \times 10^{-1} = 0,3$ e a fracção $1/3 = 0,33333... = 0,(3)$, qualquer número real compreendido entre 0,3 e 0,333333... corresponde a uma resposta correcta. Por exemplo, **0,31**.

9. A única figura nas condições pedidas é a **Figura B**.

Na figura ao lado podes observar a forma de obter a imagem de um dos pontos através da rotação pedida.

Figura A

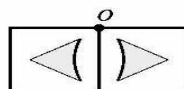


Figura B

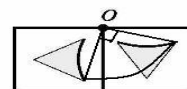


Figura C

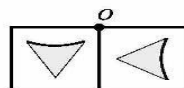
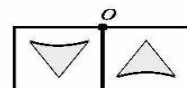


Figura D



10.

10.1. Dois planos concorrentes podem ser ortogonais (ou perpendiculares) ou oblíquos. Como exemplos de respostas correctas tens:

Planos **IJKL** e **LKHG** ou **LKHG** e **CDGH**.

10.2.

Volume do paralelepípedo [ABCDEFGH] = 20 m x 10 m x 2 m = 400 m³.

Área da base do prisma triangular [EIFJLK]:

$A_b = \frac{\overline{EL} \times \overline{EI}}{2} = \frac{10 \times 1,4}{2} = 7 \text{ m}^2$, onde [EL] representa a base do triângulo e [EI] a altura, cujo valor é igual a 2 m – 0,6 m = 1,4 m.

O volume do prisma triangular é: 7 m² x 10 m = 70 m³.

O volume da piscina corresponde à diferença entre os dois volumes determinados.

Logo, o volume da piscina é: 400 m³ – 70 m³ = 330 m³.

Dado que o volume é pedido em litros e que 1 m³ = 1000 litros, a piscina tem capacidade para **330000 litros** de água, quantidade de água necessária para encher totalmente a piscina.

11.

$$\frac{x}{3} + \frac{1-x}{2} \geq x \Leftrightarrow 2x + 3 - 3x \geq 6x \Leftrightarrow 2x - 3x - 6x \geq -3 \Leftrightarrow -7x \geq -3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{7}.$$

Assim, o conjunto solução da inequação é $S = \left] -\infty, \frac{3}{7} \right]$.

12.

De acordo com os dados da figura temos $\widehat{DC} = 60^\circ$ (**a amplitude do arco é igual à amplitude do ângulo ao centro correspondente**) e $\widehat{DB} = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$ (**a amplitude do arco é igual ao dobro da amplitude do ângulo inscrito correspondente**).

Assim, $\widehat{CB} = \widehat{DB} - \widehat{DC} = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$.

13.

PROMOÇÃO A

- **Primeira hipótese:**

$€ 80 \times 0,25 = € 20$ (desconto sobre o preço do casaco). Pagaria € 60 pelo casaco;

$€ 30 \times 0,1 = € 3$ (desconto sobre o preço das calças). Pagaria € 27 pelas calças;

Preço total a pagar pelos dois artigos: $€ 60 + € 27 = € 87$.

- **Segunda hipótese:**

$€ 30 \times 0,25 = € 7,5$ (desconto sobre o preço das calças). Pagaria € 22,5 pelas calças;

$€ 80 \times 0,1 = € 8$ (desconto sobre o preço do casaco). Pagaria € 72 pelo casaco;

Preço total a pagar pelos dois artigos: $€ 22,5 + € 72 = € 94,5$.

PROMOÇÃO B

- **Primeira hipótese:**

$€ 80 - € 10 = € 70$ (Preço a pagar pelo casaco);

$€ 30 \times 0,2 = € 6$ (desconto sobre o preço das calças). Pagaria € 24 pelas calças;

Preço total a pagar pelos dois artigos: $€ 70 + € 24 = € 94$.

- **Segunda hipótese:**

$€ 30 - € 10 = € 20$ (Preço a pagar pelas calças);

$€ 80 \times 0,2 = € 16$ (desconto sobre o preço do casaco). Pagaria € 64 pelo casaco;

Preço total a pagar pelos dois artigos: $€ 20 + € 64 = € 84$.

Conclusão:

A melhor opção que o Roberto deve tomar é escolher a **promoção B**, optando pelos **€10 de desconto sobre o preço das calças** e **20% de desconto sobre o preço do casaco** (€16), tendo um desconto total de €26, que corresponde a um pagamento total, pelas duas peças de roupa, de €84.