

Números perfeitos

Enviado por José Carvalho
02-Dec-2006

Chamam-se divisores próprios de um número a todos os divisores diferentes do próprio número. Por exemplo, os divisores de 10 são: 1, 2, 5 e 10. Os divisores próprios de 10 são apenas o 1, o 2 e o 5. Um número perfeito é aquele cuja soma dos divisores próprios é igual a esse número. Por exemplo, o número 6 é um número perfeito. Repara que os divisores de 6 são: 1, 2, 3 e 6, sendo os divisores próprios o 1, o 2 e o 3. A sua soma é $1+2+3=6$. Então, o 6 é um número perfeito. Para além dos números perfeitos existem números deficientes e abundantes. Os números deficientes são aqueles em que a soma dos seus divisores próprios é menor do que esse número. Por exemplo, os divisores próprios de 10 são o 1, o 2 e o 5. A sua soma é $1+2+5=8 < 10$. Então, 10 é um número deficiente. Os números abundantes são aqueles em que a soma dos seus divisores próprios é maior do que esse número. Por exemplo, o 18 é um número abundante. Os divisores próprios de 18 são: 1, 2, 3, 6 e 9. A sua soma é $1+2+3+6+9=21 > 18$. Então, 18 é um número abundante.

A divisão dos números nestes três tipos (deficientes, perfeitos e abundantes) pode já apresentar aspectos curiosos e que vale a pena serem realçados: os mais numerosos são os deficientes e os mais raros são os perfeitos; 6 é o primeiro perfeito e 12 o menor abundante; existem 21 números abundantes menores que 100; apenas são conhecidos números perfeitos pares...

A busca dos números perfeitos iniciou-se na Antiga Grécia e existem provas de que os gregos conheciam os primeiros quatro números perfeitos: 6, 28, 496 e 8128. Até 1952, data em que se começaram a usar os computadores, tinham sido descobertos, além dos quatro conhecidos na Antiguidade, apenas mais 8 números perfeitos. O maior deles era $2^{126} \times (2^{127} - 1)$, um número de uma ordem de grandeza enorme.

Euler demonstrou no século XVIII, que todos os perfeitos pares eram da forma $2^{p-1} \times (2^p - 1)$, com p primo. Este segundo factor tem de ser também primo. Os primos desta forma $(2^p - 1)$ chamam-se números de Mersenne. Portanto, quando se descobre um número de Mersenne, descobre-se também um número perfeito.